地球的应力

——球壳型重力应力的理论公式

陈津民
(成都地质学院基础部)

【摘要】Heim 把地壳看作平板,用弹性力学方法求得平板型重力应力的理论公式。该文把地壳看成球壳,也用弹性力学方法求得球壳型重力应力的公式。两种理论公式中的铅垂应力计算公式几乎相同,而且被实践证明是正确的。但前者的水平应力计算公式与众多的实测资料相矛盾,而后者的水平应力计算公式能与众多实测资料相吻合。

关键词 构造应力;重力应力;球壳

地球的应力(简称地应力),主要由重力、构造运动和温度引起,本文着重研究由重力引起的重力应力(大地静力场)。在研究时,笔者将放弃把地壳看作无限大平板的传统作法,而恢复地壳是球壳的本来面貌。

1 全球原地应力测量

如果不考虑温度应力,地应力主要由重力和构造运动引起,构造应力场又称大地动力场。重力应力和构造应力叠加得原地应力。20 世纪三四十年代开始原地应力测量,到五六十年代得到迅速发展。仅根据 1960～1974 年的统计,在 0.5～30m 的钻孔中就完成 30 000 多次测量。测量深度由五六十年代的几十米、几百米,到 70 年代的五六千米。大量的原地应力测量资料,经数理统计,已得到一些经验关系式。

最先做出贡献的是 N. Hast(1969),他根据芬兰—斯堪的纳维亚 40 个测点的资料,给出地盾区和古生代褶皱带的平均水平压应力 σ_{hav} 和深度 h 的关系式

$$\sigma_{hav} = 9.31 + 0.05h \tag{1}$$

h 的单位为 m,应力单位为 MPa。

G. Ranalli 对首先由 Bulin(1971)提出的关系式作了一点修改,得到地台中的沉积盖层、古生代褶皱带的裂缝块状岩体以及断裂带的平均水平压应力 σ_{hav} 和深度 h 的关系式

$$\sigma_{hav} = 2.50 + 0.013h \tag{2}$$

1991-10-23 收稿

由 G. Herget(1973)给出的关系式

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{hav} &= (8.13 \pm 0.49) + (0.04 \pm 0.00225)h \\ \sigma_v &= (1.86 \pm 1.23) + (0.0261 \pm 0.0027)h\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中 σ_v 为垂直压应力。

B. C. Haimson(1978)根据美国水力压裂测量原地应力资料给出的关系式

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{hav} &= 4.75 + 0.02h \\ \sigma_v &= 0.025h\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Zoback 给出美国加利福尼亚—内华达地区的原地应力的关系式

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{hav} &= 2 + 0.012h \\ \sigma_v &= 0.5 + 0.018h\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

其它地区的原地应力实测资料大致上得到类似的关系式，它们统一地表示成

$$\sigma_{hav} = n + mh$$

平均水平压应力由于有常数项 n，使得地壳浅层的 σ_{hav} 大于垂直压应力 σ_v，当 N. Hast 在 1958 年首先得出这种结论时，曾经受到极大多数人的怀疑。随着实测资料的增加，浅层的 $\sigma_{hav} > \sigma_v$ 已被普遍承认。

2　平板型重力应力的理论公式

P. C. Saxena, S. L. Mokhashi 和 B. M. Rame 指出：在测量地壳应力状态方法出现之前，流行的只是将应力和重力效应相联系的传统概念。在一给定点上，垂直应力(σ_v)和水平应力(σ_H)是按下列关系式计算的：

$$\sigma_v = \rho g h$$

$$\sigma_H = \frac{\mu}{1-\mu}\sigma_v$$

这就是重力应力的理论公式。

重力应力的理论公式首先由瑞士地质学家 Heim(约 100 年前)提出假设。按弹性力学理论，就是假设地壳是无限大平板，侧向位移(水平位移)受到限制而为零，只有垂直位移 w。用位移表示的平衡方程

$$\frac{E}{2(1+\mu)}\left(\frac{1}{1-2\mu}\frac{d^2w}{dh^2} + \frac{d^2w}{dh^2}\right) + \rho g = 0$$

其中 E 为弹性模量，μ 为泊松比。积分得

$$w = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{2(1-\mu)E}\rho g(h+A)^2 + B$$

A、B 为积分常数。代入几何方程得应变分量

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$

$$\varepsilon_z = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{(1-\mu)E}\rho g(h+A)$$

代入物理方程得应力分量

$$\sigma_x = \sigma_y = -\frac{\mu}{1-\mu}\rho g(h+A)$$

$$\sigma_z = -\rho g(h + A)$$

当 $h=0$时有 $\sigma_z=0$,可得 $A=0$。弹性力学规定拉应力为正,压应力为负;而地质通常规定压应力为正,拉应力为负。按照地质上的正负号规定,上两式变为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{hav} &= -\sigma_x = -\sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu}\rho gh \\ \sigma_v &= -\sigma_z = \rho gh\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

当地球深部 $\mu=0.5$ 时,(6)式变为

$$\sigma_{hav} = \sigma_v = \rho gh \tag{7}$$

(6),(7)式在苏联称为 A. H. Динник 公式(1925)。这就是传统的重力应力的理论公式,笔者称它为平板型重力应力的理论公式。显然,水平应力公式(凡是指该公式有问题时,都是指其中的水平应力公式,而不是指垂直应力公式)没有常数项,这和原地应力的测量资料矛盾。开始人们怀疑测量资料,当有常数项的实测资料关系式被公认后,人们又企图调和这种矛盾,主要的解释有两种:

a. *构造应力的说法* 原地应力的重力应力和构造应力叠加而成,A. B. Певен 指出:在大地静力场的情况下,原地应力准确地符合 A. H. Динник 公式……,然而必须指出,某些矿床上的水平应力比按 A. H. Динник 公式计算的要大 40～50 倍。又如库兹巴斯煤田,所有水平应力比计算的大 20%～100%,在这些情况下可能表明存在着由构造力作用而引起的应力。П. Н. Кропоткин 指出:"大大超过大地静压力的这种'剩余'水平应力,看来有着构造的起因"。笔者认为构造应力无疑是某点的原地应力不同于重力应力的原因,但这不应该用来掩盖平板型重力应力的理论公式本身存在的问题——公式中无常数项。引起构造应力的外因,如地球自转速度的变化,其它星球的引力,这些都是次要因素。软流层对流的拖带作用和地壳内部的相互作用只产生局部构造应力,这一区域构造应力使原地应力增大,必在相邻地区使原地应力减小。如大陆板块的碰撞区域,挤压作用使压应力增大,而在洋中脊,引张作用使压应力减小。再如山字型构造应力,在中性层的一方为张应力,则在另一方为对应的压应力。这些构造应力当然影响各点的原地应力值。但经过大量的原地应力实测资料的数理统计,构造应力的影响将相互抵销(不包括全球性的统一扩张和收缩)。各局部地区的原地应力测量资料经数理统计得到的关系式(1)～(5),它们的常数项应该有正、有负。遗憾的是,除很个别的地方有拉应力的常数项外,几乎都是压应力的常数项。而全球构造应力的平均值应该趋向零,不可能有都是压应力的常数项。因此,构造应力的说法不能调和平板型重力应力的理论公式中无常数项而原地应力测量资料得到的关系式中有常数项的矛盾。

b. *侵蚀去荷作用的说法* G. Herget 指出:原来处于地球深部的地层,其地应力用(7)式计算,即

$$\sigma_{hav} = \sigma_v = \rho g h_0$$

随着侵蚀作用,使得深度 h_0 变小为 h 而卸去载荷。由于弹性恢复,垂直压应力按 $\rho g(h_0-h)$减小,而水平压应力按$[\mu/(1-\mu)]\cdot\rho g(h_0-h)$减小。如原深度 $h_0=2400\text{m}$, $\rho g=0.027\text{MPa/m}$, $\mu=0.25$,则侵蚀前该地层的压应力为

$$\sigma_{hav} = \sigma_v = \rho g h_0 = 0.027 \times 2400 = 64.8(\text{MPa})$$

当全部覆盖层被剥蚀,即 $h=0$,则有

$$\Delta\sigma_v = \rho g(h_0 - h) = 0.027 \times 2400 = 64.8(\mathrm{MPa})$$

$$\Delta\sigma_{hav} = \rho g(h_0 - h)\mu/(1-\mu) = \frac{1}{3}\rho g(h_0 - h)$$

$$= 21.6(\mathrm{MPa})$$

铅垂压应力恢复为零，而水平压应力尚残余 64.8－21.6＝43.2(MPa)，这就是原地应力有常数项的原因。G. Herget 的侵蚀卸荷作用的说法颇有影响。

笔者认为这种说法是完全错误的，因为 G. Herget 错把变化的 μ 当作常量了。既然在侵蚀前用(7)式计算得静水压力，即取 $\mu=0.5$，在侵蚀后又取 $\mu=0.25$，自然有从 0.5～0.25 的变化过程，因此 μ 不能看作常量。如果设 $\mu=0.25\times(1+h/h_0)$，则在卸载过程中压应力梯度为

$$\frac{d\sigma_v}{dh} = \rho g = 0.027$$

$$\frac{d\sigma_{hav}}{dh} = \frac{d}{dh}\left[\frac{0.25(1+h/h_0)}{1-0.25(1+h/h_0)}\rho g h\right]$$

$$= \frac{0.25\rho g(0.75h_0^2 + 1.5h_0 h - 0.25h^2)}{(0.75h_0 - 0.25h)^2}$$

$$\left.\frac{d\sigma_{hav}}{dh}\right|_{h=0} = \frac{1}{3}\rho g = 0.009$$

$$\left.\frac{d\sigma_{hav}}{dh}\right|_{h=h_0} = 2\rho g = 0.054$$

由此可见，水平压应力梯度并不始终小于垂直压应力梯度，按(7)式计算它们的平均梯度是相等的，即卸载后，若垂直压应力恢复为零，则水平压应力也恢复为零，而不会留下残余的常数项。

3 球壳型重力应力的理论公式

F. Rummel 在文章的结束语中指出："关于水平应力是由上覆盖层的重量引起，并完全制约横向形变的假设是不能成立的。即使是测到最小水平应力也比根据这一假设所预计的大得多。也无需再怀疑地表或地表附近存在着高的水平应力。但是，为得出有关这些水平应力起因的肯定模型，还需要取得更多的应力资料"。这段话说明：1) A. H. Динник 公式不成立；2) 原地应力测量资料得到的关系式中的常数项无须再怀疑；3) 能说明有常数项的理论模型还没有建立。E. T. Brown 和 E. Hoek 在文章中也指出：在数学上还没有一种理论能用来计算已记录到的变化范围较大的原地应力图像。

现在我们来建立重力应力的新型理论模型——球壳型理论模型，即把地壳看作均质球壳而不是无限大平板。对于球对称问题，弹性力学的基本方程有平衡方程

$$\frac{d\sigma_R}{dR} + \frac{2(\sigma_R - \sigma_T)}{R} + K = 0$$

其中 σ_R 为径向应力，相当于垂直应力；σ_T 为周向应力，相当于水平应力；K 为径向体积力；和平板型一样，径向位移为 w，周向位移为零，几何方程为

$$\varepsilon_R = \frac{dw}{dR}, \quad \varepsilon_T = \frac{w}{R}$$

和平板型不同的是周向应变不为零。物理方程为

$$
\left.\begin{aligned}
\sigma_R &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}[(1-\mu)\varepsilon_R + 2\mu\varepsilon_T] \\
\sigma_T &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}(\varepsilon_T + \mu\varepsilon_R)
\end{aligned}\right\}
$$

代入平衡方程得

$$
\frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left(\frac{d^2w}{dR^2} + \frac{2}{R}\frac{dw}{dR} - \frac{2w}{R^2}\right) + K = 0 \tag{8}
$$

如果密度 ρ 和重力加速度都是变量，则只考虑引力，体积力为

$$
K = -\frac{4\pi\rho G\int_0^R \rho r^2 dr}{R^2}
$$

其中 G 为万有引力常数，适用于几十公里深度以下直至地心。如果整个地球的 ρ 看作常量，则体积力为

$$
K = -\frac{4\pi}{3}G\rho^2 R
$$

若 ρ 和 g 都看作常量，则体积力为 $K=-\rho g$

将 $K=-\rho g$ 代入(8)式积分得

$$
w = AR + \frac{B}{R^2} + \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{4(1-\mu)E}\rho g R \tag{9}
$$

代入几何方程得应变分量

$$
\left.\begin{aligned}
\varepsilon_R &= A - \frac{2B}{R^3} + \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{2(1-\mu)E}\rho g R \\
\varepsilon_T &= A + \frac{B}{R^2} + \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{4(1-\mu)E}\rho g R
\end{aligned}\right\}
$$

代入物理方程得应力分量

$$
\left.\begin{aligned}
\sigma_R &= \frac{EA}{1-2\mu} - \frac{2BE}{(1+\mu)R^3} + \frac{\rho g R}{2(1-\mu)} \\
\sigma_T &= \frac{EA}{1-2\mu} + \frac{BE}{(1+\mu)R^3} + \frac{(1+2\mu)\rho g R}{4(1-\mu)}
\end{aligned}\right\} \tag{10}
$$

积分常数 A,B 由内、外压力 q_a、q_b 决定，如果外半径为 b，内半径为 a，有

$$
\left.\begin{aligned}
\sigma_R|_{R=a} &= -q_a \\
\sigma_R|_{R=b} &= -q_b
\end{aligned}\right\}
$$

即可求得

$$
\begin{aligned}
\frac{2BE}{(1+\mu)} &= \frac{q_a - q_b}{1-\alpha^3}a^3 - \frac{(1-\alpha)b\rho g}{2(1-\mu)(1-\alpha^3)}a^3 \\
\frac{AE}{1-2\mu} &= \frac{\alpha^3 q_a - q_b}{1-\alpha^3} - \frac{(1-\alpha^4)b\rho g}{2(1-\mu)(1-\alpha^3)}
\end{aligned}
$$

其中 $\alpha=a/b$。代入(10)式得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_R&=\frac{\alpha^3q_a-q_b}{(1-\alpha^3)}-\frac{(1-\alpha^4)b\rho g}{(1-\alpha^3)2(1-\mu)}+\frac{q_b-q_a}{1-\alpha^3}\cdot\frac{a^3}{R^3}\\&\quad+\frac{(1-\alpha)b\rho g}{2(1-\mu)(1-\alpha^3)}\frac{a^3}{R^3}+\frac{\rho gR}{2(1-\mu)}\\\sigma_T&=\frac{\alpha^3q_a-q_b}{1-\alpha^3}-\frac{(1-\alpha^4)b\rho g}{2(1-\mu)(1-\alpha^3)}+\frac{q_a-q_b}{1-\alpha^3}\cdot\frac{a^3}{2R^3}\\&\quad-\frac{(1-\alpha)b\rho g}{4(1-\mu)(1-\alpha^3)}\cdot\frac{a^3}{R^3}+\frac{(1+2\mu)\rho gR}{4(1-\mu)}\end{aligned}\right\}$$

换成从地表垂直向下的深度 h,即 $h=b-R$,并将 $1/R^3$ 展开成泰劳级数,略去高阶微量有

$$\frac{1}{R^3}\approx\frac{1}{b^3}(1+\frac{3h}{b}+\frac{6h^2}{b^2}+\frac{10h^3}{b^3})$$

代入上式得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_R&=-q_b-\frac{\rho gh}{2(1-\mu)}+[\frac{q_b-q_a}{1-\alpha^3}+\frac{(1-\alpha)\rho gb}{2(1-\mu)(1-\alpha^3)}]\cdot\alpha^3\\&\quad\cdot(\frac{3h}{b}+\frac{6h^2}{b^2}+\frac{10h^3}{b^3})\\\sigma_T&=\frac{1}{1-\alpha^3}[\frac{3\alpha^4-2(1+\mu)\alpha^3-(1-2\mu)}{4(1-\mu)}\rho gb+\frac{3\alpha^3q_a}{2}\\&\quad-\frac{(2+\alpha^3)q_b}{2}]-\frac{1+2\mu}{4(1-\mu)}\rho gh+\frac{\alpha^3}{1-\alpha^3}[\frac{q_a-q_b}{1-\alpha^3}\\&\quad-\frac{(1-\alpha)\rho gb}{4(1-\mu)}](\frac{3h}{b}+\frac{6h^2}{b^2}+\frac{10h^3}{b^3})\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

(11)式就是均质球壳重力应力的理论公式。外压力 q_b 一般是已知的,如果没有上覆盖层或建筑物,取 $q_b=0$;而内压力 q_a 是未知的,这大概是100年来人们采用平板型模型而不采用球壳型模型的原因。要确定 q_a,必须假设某深度 h_0 以下部分的泊松比 $\mu=0.5$,即为不可压缩介质。Everling 于1964年在德国鲁尔地区经过构造变形的石炭纪沉积地层中观测到,深部应力是岩石静应力($\sigma_v=\sigma_{hav}$)。A. B. Пеоен 也指出:"当由上覆地层重量引起的应力,在某个深度发生比较彻底的松驰时,应力大地静力场具有各向同性的流体压力(大地静压力)的特征,即 $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=\rho gh$"。前面提到过的 G. Herget 也用过 $\mu=0.5$,$\sigma_{hav}=\sigma_v=\rho gh_0$。因此,在地球深部假设 $\mu=0.5$ 是有根据的,只是具体的深度 h_0 难以确定。

如果取海平面的地球半径 $b=6363676$m,地壳平均密度 $\rho=2.84\text{g/cm}^3$,重力加速度 $g=9.8\text{m/s}^2$,地壳以下部分 $\mu=0.5$,地壳部分的 μ 为常量。则通过

$$w|_{R=a}=0$$

即可求得内压力 q_a。若地壳的内半径 a 取不同值,地壳的 μ 也取不同值,求得的 q_a 列于表1(q_a 的单位为MPa)。其中 $\mu=0.5$ 时,即有 $q_a=\rho g(b-a)$,这种静岩压力就是传统的垂直重力应力;当 $\mu<0.5$ 时,垂直应力都略大于静岩压力。Д. М. Казикаев 和 Б. А. Фомин 指出:"在坚硬岩石中测得的垂直应力超过了重力应力,这样的事实并不是个别的,但需要对它进行解释"。可见在

表 1

μ \ a(m)	6 353 676	6 343 676	6 333 676	6 330 676	6 323 676	6 313 676
0.25	278.61	557.81	837.58	921.63	1117.9	1398.9
0.30	278.60	557.64	837.21	921.17	1117.3	1397.8
0.35	278.52	557.45	836.77	920.65	1116.5	1396.6
0.5	278.32	556.64	834.96	918.46	1113.3	1391.6

$\mu<0.5$时，表 1 的 q_a 略大于静岩压力得到实测资料的支持。如果取地壳平均厚度 $h_0=b-a=33\,000$m，$\mu=0.3$，则得 $q_a=921.174861$MPa，代入(11)式并略去高次项得线性化关系式

$$\left.\begin{aligned}\sigma_R&=-0.0278312h\\ \sigma_T&=-2.525-0.01193h\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

这就是球壳型重力应力(线性化)的理论公式，它和实测资料得到的关系式一样有常数项。如果更细致一些，把地壳分成两层，取 $a=6\,348\,676$m，$c=6\,330\,676$m。外层 a 与 b 之间为花岗岩层，平均厚度 15km，取 $\rho_1=2.65$g/cm^3；内层 c 与 a 之间为过渡层，平均厚度 18km，取 $\rho_2=2.87$g/cm^3，$\mu_1=\mu_2=\mu=0.3$，$E_1=E_2=E$。用 $w_2|_{R=c}=0$，$w_1|_{R=a}=w_2|_{R=a}$，$\sigma_{R_1}|_{R=a}=\sigma_{R_2}|_{R=a}=q_a$，可求得 $q_a=390.065\,335\,8$ MPa，$q_c=897.948\,64$ MPa。将 q_a 代入(11)式可得花岗岩层的重力应力计算公式

$$\left.\begin{aligned}\sigma_R&=-0.025969h-15738\left(\frac{6h^2}{b^2}+\frac{10h^3}{b^3}\right)\\ \sigma_T&=-2.41297-0.0111304h+7868.9\left(\frac{6h^2}{b^2}+\frac{10h^3}{b^3}\right)\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

(13)式就是典型的球壳型重力应力的理论公式。若改用地质上的正负规定，并略去高次项，(13)式变为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_v&=0.025969h\\ \sigma_{hav}&=2.41297+0.0111304h\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

(14)式中的垂直应力计算公式和 A. H. Динник 公式几乎无差别，只是在浅层，σ_v 略小于 $\rho gh=0.02597h$；在深层若按(13)式计算，由于高次项发挥作用而使得 $\sigma_v>\rho gh$，但差别极微，可以略去不计。对于水平应力计算公式，其应力梯度 $m=0.0111304\approx\frac{\mu}{1-\mu}\rho g=0.01113$，即应力梯度也几乎和 A. H. Динник 公式一样。但(12)，(13)，(14)式有常数项，这是平板型模型和球壳型模型的本质差别。常数项 n 对内压力 q_a 的变化非常敏感，而一次项系数 m 则几乎不随 q_a 变化。如将 q_a 表示成静岩压力加一增量 Δ，即 $q_a=\rho g(b-a)+\Delta=389.55+\Delta$。对于不同的 Δ，得到不同的 n，m 列于表 2。

表 2

Δ(MPa)	n(MPa)	m(MPa/m)	Δ	n	m
0	111.2	0.011148	0.484	9	0.011131
0.1	90.1	0.011144	0.5149	2.5	0.011130
0.4	26.8	0.011134	0.540	−2.79	0.011130

球壳型重力应力的理论公式(14)得到实测资料关系式(2)的支持，它们的常数项和应力梯度都非常接近。Zoback 的(5)中的第一式

$$\sigma_{hav}=2+0.012h$$

也和(14)式非常接近。F. Rummel 指出："可以料想，在较深的地方垂直应力是最大主应力。南非是这种典型，那里垂直应力梯度为 0.027MPa/m，而水平应力梯度只是 0.008～0.013MPa/m"。B. C. Haimson(1976,1977)在冰岛和威斯康星蒙特罗发现了相同的情况。这又是球壳型重力应力理论公式中应力梯度和实测资料相一致的实例。

地表附近，平均水平压应力大于垂直压应力。由于垂直应力梯度大于水平应力梯度，到深度 h_1，使得垂直压应力与水平压应力相等，即 $\sigma_{hav}=\sigma_v$，h_1 称为临界深度。公式(14)的临界深度 $h_1=163$m。F. Rummel 指出：在德国东部的花岗岩区，通过水力压裂法应力测量得出的临界深度为 150m。B. C. Haimson 和 F. Rummel 报道的冰岛水力压裂应力测量结果(1981)临界深度在 200m 处。可见(14)式的临界深度也和实测值非常接近。

也有实测资料和(14)式不相符的，一类如关系式(4)，水平应力梯度 $m=0.02$，但仍然小于垂直应力梯度。这有两方面的原因：一是理论公式(14)中的 m 主要由泊松比 μ 决定，如 $\mu=0.4$，则 $m=0.0173$；如 $\mu=0.435$，则 $m=0.020$；二是通常的实测资料中，浅层测点是大量的，而深层的测点却很少，由数据统计得到的关系式主要受浅层实测资料左右。浅层的应力本身数值较小，相对误差较大，使得经验公式中的 m 值偏高。建议在作数理统计时加重深层的比重，如一共有 100 个测点，其中 100m 以内的浅层有 80 个测点，深层有 20 个测点。先将浅层的资料按深度分成若干组，例如 10 组，先求出每组的平均值，一个平均值作为一个测点，再加上深层的 20 个测点，共计 30 个测点进行数理统计。这样深层测点数由占总测点数的 1/5 变成 2/3，可以得到更有价值的经验公式。另一类如关系式(1)和(3)，它们的 m 值分别为 0.05 和 0.04，大于垂直应力梯度。笔者认为 N. Hast 在原地应力测量方面有卓越贡献，但他确定的经验公式中水平应力梯度 $m=0.05$ 是错误的。因为 N. Hast 的实测资料几乎都是浅层的，由于上面已提到的浅层资料的相对误差较大，数理统计得到的 m 值更偏大*。垂直应力由比水平应力小，到比水平应力大，中间存在临界深度已是公认的事实，而(1)和(3)式不会有临界深度，这也是(1)和(3)式站不住脚的原因。

本文得到的球壳型垂力应力的理论公式，符合线弹性理论。根据表 2，只要适当调整内压力增量 Δ 和泊松比 μ，可以和大部分原地应力实测资料的经验公式相一致，可以作为重力应力的理论公式。该公式将在两个方面发挥作用：一是对原地应力测量资料分析提供理论依据；二是为正确计算构造应力提供正确的重力应力理论公式。只有搞清构造应力，才能了解构造运动机制，对于地震预报、找矿、大型工程建设、能源开发都有重大意义。

---

* 笔者另一文章《最小二乘法在地质中的应用》，见 1992 年全国 MPM 学术研讨会论文集

参 考 文 献

1 国家地震局地质大队情报室编译.岩石和地壳的应力测量.北京:地质出版社,1980
2 [苏]A.B.裴伟等著.地壳应力状态.北京:地震出版社,1980
3 [美]B.C.海姆森等著.地应力测量与研究.北京:地震出版社,1982
4 陈彭年等编译.世界地应力实测资料汇编.北京:地震出版社,1990

EARTH' S STRESSES

—— Theoretical formula of gravitational stresses of a spherical shell

Chen Jinmin

Abstract More than 100 years ago, Heim thought of the Earth' s crust as a plate and worked out its theoretical formula of gravitational stresses of a plate by means of elasticity. The author of this paper, on the other hand, regards the Earth' s crust as a spherical shell and works out a theoretical formula of gravitational stresses of a spherical shell by means of elasticity too. The calculating formulas of the vertical stresses in the two theoretical formulas are almost the same and proved to be correct by practice. The level stresses calculaing formula of the former, however, is in conflict with a lot of materials in practice. The formula, therefore, has already been denied. But that of the later is well fit to a variety of materials in practice. It is sure, then that our theoretical formula of gravitational stresses on the basis of a spherical shell will greatly contribute to the theoretical research and practical measuring of the Earth' s stresses.

Key words tectonic stresses, gravitational stresses, spherical shell